

文章编号:1000-4653(2025)04-0078-06

基于 LSPIV 的江汉桥附近航道水域表面流图像测速方法研究

肖方亮^{1,2,3}, 肖文宇¹, 张兴圣¹

(1. 武汉理工大学 航运学院, 湖北 武汉 430063;

2. 武汉理工大学 内河航运技术湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430063;

3. 湖北文理学院 国家水运安全工程技术研究中心襄阳分中心, 湖北 襄阳 441053)

摘要:船舶驾驶员仅从海事或水文部门获取粗略的航道水流信息,并据此调整船舶操纵策略。如能获取航道水域详细的水流流场数据,可为行经该水域的船舶航行提供信息和早期预警。以视频拍摄的江汉桥附近水域表面流为研究对象,运用大尺度粒子图像测速技术(LSPIV)研发航道表面流测速方法分析航道水域表面流流态特征,获取表面流流场数据,并使用光流法和超声波多普勒流速流向仪对流场进行对比验证。研究表明:运用航道表面流测速方法可获取详细的水域表面流流态,并为传统船舶和大数据下智能船舶的航行和路径规划提供数据支持,在提升船舶航行安全和效率方面具有实际意义。

关键词:大尺度粒子图像测速;表面流图像测速;水流流场

中图分类号:U612

文献标志码:A

DOI:10.3969/j.issn.1000-4653.2025.04.009

Research of LSPIV-based surface flow image velocimetry method for the channel waters near the Jiangnan Bridge

XIAO Fangliang^{1,2,3}, XIAO Wenyu¹, ZHANG Xingsheng¹

(1. School of Navigation, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China;

2. Hubei Key Laboratory of Inland Shipping Technology, Wuhan University of Technology,

Wuhan 430063, China; 3. Xiangyang Sub-Center of National Engineering Research Center

for Water Transport Safety, Hubei University of Arts and Science, Xiangyang 441053, China)

Abstract: Currently, ship navigators can assess flow patterns using basic instruments and adjust maneuvering strategies accordingly. Access to detailed flow field data of a waterway can provide valuable information and early warnings for ships transiting the area. This study analyzes surface flow in the waters near Jiangnan Bridge, captured by video. By employing Large-Scale Particle Image Velocimetry (LSPIV), a method is developed to measure surface flow velocity in the navigation channel, enabling analysis of surface flow characteristics and acquisition of surface flow field data. The obtained flow field data are validated through comparison with optical flow methods and Acoustic Doppler Velocimetry. Results demonstrate that the proposed surface flow velocity measurement method can effectively capture detailed flow pattern characteristics of surface currents in the study area. This approach provides data support for navigation and path planning of both conventional ships and smart ships utilizing big data, contributing practical value to the enhancement of maritime safety and operational efficiency.

Key words: LSPIV; surface flow image velocimetry; water flow field

收稿日期:2024-10-22

基金项目:国家重点研发计划项目(2023YFB4302300);湖北文理学院国家水运安全工程技术研究中心襄阳分中心开放课题(GJSYZX202501)资助

通信作者:肖方亮(1983—),男,副教授,博士,研究方向为智能航海与仿真技术。E-mail: 2103325772@qq.com

引用格式:肖方亮,肖文宇,张兴圣.基于 LSPIV 的江汉桥附近航道水域表面流图像测速方法研究[J].中国航海,2025,48(4):78-83.

XIAO F L, XIAO W Y, ZHANG X S. Research of LSPIV-based surface flow image velocimetry method for the channel waters near the Jiangnan Bridge[J]. Navigation of China, 2025, 48(4): 78-83. (in Chinese)

目前,船舶驾驶员仅从海事或水文部门获取粗略的航道水流信息或通过简易的仪器甚至经验判断水流流态及其对船舶航行的影响,并据此调整船舶操纵策略;如能借助河流测速的方式获取精细的航道流场数据,可为船舶航行提供信息和早期预警,并可为智能船舶航路规划和安全航行提供数据支持。

传统的河流测速需在试验水域布设测量工具,如流速仪或声学多普勒流速剖面仪^[1]等,但其测量易受到水面漂浮物和泥沙的影响^[2]。随着技术的不断发展,基于图像的测速方法应用于河流测速,其中大尺度粒子图像测速(Large Scale Particle Image Velocimetry, LSPIV)技术是一种非接触式、连续性并结合光学、图像处理等多学科的技术,目前应用于河道流量测量^[3]、洪水监测^[4]和河流表面流场测量^[5]等场景中,一般利用无人机^[6]对河流视频进行采集以分析河流表面流场。相较于传统河流测速方法试验成本低,快速地获取河流表面高精度测速结果。该方法覆盖面广、适应性强、结果可实时获取,因此可满足洪、枯水期天然河流和航道水域的测速需要。

本研究利用 LSPIV 研发航道表面流测速系统方法,设计水域表面流测速的系统方法,包括数据采集、数据分析和相关参数的选取,并形成操作步骤。此外,基于光流法^[7]和超声波多普勒流速流向仪2种方法对桥区水域流场进行验证。航道表面流场既可为船舶航行与操纵提供数据支持,为灾害性水域船舶航行提供早期预警,也可为智能船舶航路规划和安全航行提供实时流态数据支持。该系统方法还可用来进行船闸闸室及引航道水流条件分析,并应

用于闸室内表面流速监测和船舶系缆力预警。

1 航道表面流图像测速方法

1.1 河流测速相关国内外研究现状

目前,常见的河流测速方法有:LSPIV 算法用于室外的大规模河流表流测速^[8],大尺度粒子跟踪测速(Large Scale Particle Tracking Velocimetry, LSPTV)技术用于测量表面流场^[9],该方法需事先大范围散布跟踪性好的示踪粒子;时空图像测速(Space Time Image Velocimetry, STIV)仅获取河流表面一维的流场信息^[10];光流法^[7]通过分析相邻帧图像中像素的位移变化判断目标的运动状态,以实现目标运动的跟踪;光学跟踪测速(Optical Tracking Velocimetry, OTV)技术是在全局光流法的基础上结合目标特征检测以及跟踪轨迹处理对目标像素的位移和速度进行分析,但该方法会降低图像的分辨率^[11];红外图像测速(Infrared Quantitative Image Velocimetry, IR-QIV)^[12]可不受光照限制,实现夜间的流场测量,但固定模式噪声可导致位移计算出现偏差。此外,在分析工具方面有 PIVLab^[13]、RIV-eR^[14]等。

图像测速算法的对比研究见表1。LSPIV 算法相较 LSPTV 算法,不用抛撒水面示踪粒子;相较于 STIV 可作二维流场的识别;相较于 OTV 和 IR-QIV,使用仪器的成本低;相较于光流法,受光照影响小;因此,运用 LSPIV 方法测量航道表面流速。LSPIV 图像处理的主要步骤见图1。

表1 图像测速算法的对比研究

Tab.1 Comparisons of image flow velocimetry methods

算法	优点	缺点
LSPIV	1)能捕捉到详细的流场信息; 2)适用于河流和实验室等多种场景。	1)需较大的计算量; 2)易受光照、阴影等影响。
LSPTV	跟踪河流示踪物的运动,提供流场分布。	1)需高分辨率的图像; 2)对光照要求较高; 3)需抛洒水面示踪粒子。
STIV	结合时间与空间信息获取详细的流场信息。	结合时间与空间信息获取详细的流场信息。
光流法	适用领域广泛。	需满足图像光照强度: 1)不变且每个像素在不同帧中相邻点的位置不变; 2)光照要求均匀。
OTV	相较于基于相关性的方法,受背景噪声的影响小。	所得速度场的分辨率不高。
IR-QIV	利用红外热技术获取图像,不受光照影响。	红外相机产生的噪声会导致结果出现偏差。

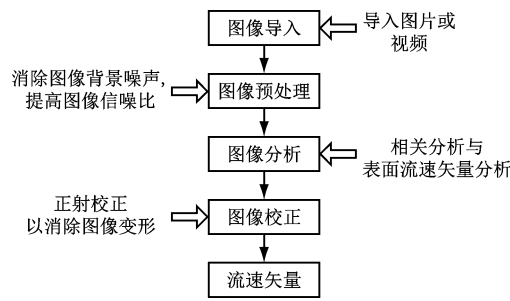


图 1 LSPIV 图像处理的主要步骤

Fig. 1 The main steps of LSPIV processing

1.2 图像导入与预处理

将采集的河流视频导入 RIVeR,并转为帧图像。为获取符合实际河流流态的速度矢量,选取多种时间间隔下的帧图像并对比分析流速矢量图,结果表明时间间隔 1 s 的帧图像对应的流速矢量符合实际观测的河流流态。将得到的帧图像导入 PIVLab,调用限制对比度自适应直方图均衡化对所有图像进行预处理以消除图像背景噪声、提高图像信噪比。

1.3 图像分析

目前,主要的图像测速算法有光流法^[10]和互相关分析法^[2]。

1)光流法的基本原理需遵循灰度守恒原理,即相邻两帧图像上对应像素点的亮度(灰度值)在移动过程中不变。

2)根据实地的调研与分析,流域存在由桥梁遮蔽形成的阴影区域以及非阴影区域,导致图像中示踪物(像素)的亮度会发生变化,不满足光流法的应用前提,因此选择互相关分析法。互相关分析法的原理是取连续的两帧图像,在第一帧图像取询问区域并通过二维离散互相关函数在第二帧图像中进行遍历与匹配,并计算互相关系数,相邻两帧图像的询问区域里互相关系数最大的两粒子可认为匹配。追踪流体中的示踪粒子或特征微团在两帧图像中的运动位移 d 除以两帧图像的时间间隔 Δt ,即得到瞬时速度 $v = d/\Delta t$,大尺度粒子图像测速过程示意图见图 2。二维离散互相关函数为^[12]

$$R_{ab} = \frac{\sum_{i=1}^{MX} \sum_{j=1}^{MY} \{ (a_{ij} - \bar{a}_{ij}) (b_{ij} - \bar{b}_{ij}) \}}{\left\{ \sum_{i=1}^{MX} \sum_{j=1}^{MY} (a_{ij} - \bar{a}_{ij})^2 \sum_{i=1}^{MX} \sum_{j=1}^{MY} (b_{ij} - \bar{b}_{ij})^2 \right\}^{1/2}} \quad (1)$$

式(1)中: R_{ab} 为互相关系数^[15],是粒子相关程度的评价系数, R_{ab} 越接近 1 则表明粒子相关度越高; MX 和 MY 为询问窗口的大小; a_{ij} 和 b_{ij} 为询问窗口中的灰度值; $\bar{a}_{ij}$ 和 $\bar{b}_{ij}$ 为像素灰度的平均值。

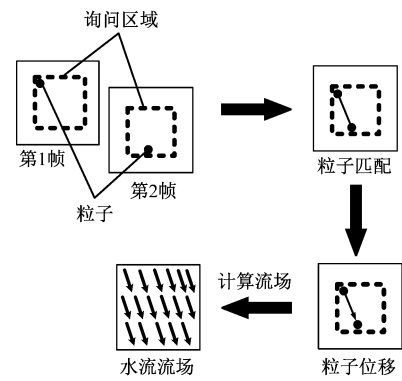


图 2 大尺度粒子图像测速过程示意

Fig. 2 Sketch map of the large scale particle image velocimetry process

1.4 图像校正

河流图像在采集的过程中会产生几何畸变,因此需借助至少 4 个地面控制点对图像进行正射校正^[16],即建立地面控制点的实际空间坐标(X,Y)与图像坐标(x,y)^[17]之间的几何转换。坐标间的转换关系^[12]为

$$X = \frac{b_1x + b_2y + b_3}{b_4x + b_5y + 1}, Y = \frac{b_6x + b_7y + b_8}{b_4x + b_5y + 1} \quad (2)$$

式(2)中: $b_i(i = 1 \sim 8)$ 为转换系数,该方程建立实际空间坐标与图像坐标之间的直接关系。

2 汉江桥附近航道表面流测速

2.1 试验设备

试验设备主要为采集视频数据的无人机和用来验证桥区表面流测速结果的超声波多普勒流速流向仪见图 3。无人机型号为 DJ PHANTOM 4 Pro,图像最大分辨率为 $5\,472 \times 3\,648$,可录制 4K/60 Hz 的高清视频。超声波多普勒流速流向仪水下探头尺寸为 $510\text{ mm} \times 180\text{ mm} \times 180\text{ mm}$ 。技术特性包括:

1)测流范围为 $0.02 \sim 7.00\text{ m/s}$,测量准确度为 $\pm 1.0\% \pm 1\text{ cm/s}$ 。



图 3 水下探头

Fig. 3 Underwater probe

2)流向测量为 $0 \sim 360^\circ$ 方位角,测量准确度为 $\pm 3^\circ$ 。

2.2 试验流程

本研究为试验和数据采集设计一整套方法和步骤,主要数据内容包括采集江汉桥区水域与验证测量点的表面流场视频和验证点的流场实测数据,具体的试验步骤包括:

1)为兼顾拍摄清晰度和流场信息完整性,利用无人机悬停于汉江上方 28 m 处以倾斜视角角度拍摄江汉桥上、下游及桥下水流,随后以垂直角度拍摄流速验证点处的流场。利用 LSPIV 技术分析桥梁附近航道水域表面流流速与流向和验证点处的流场,以分析桥墩附近横流^[18]对船舶航行安全的影响。

2)利用光流法和超声波多普勒流速流向仪,验证 LSPIV 分析结果的可靠性。本研究试验流程见图 4。

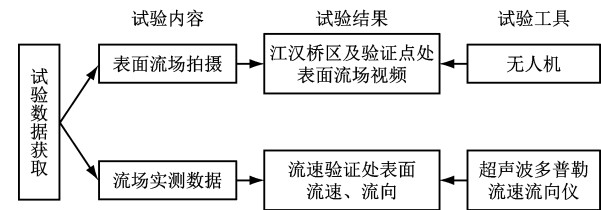


图 4 试验流程
Fig.4 Experimental process

2.3 江汉桥附近表面流测速

江汉桥上游侧表面流测速区域和流场分别见图 5 和图 6。上游侧流速为 0.1~0.5 m/s,由于受到桥墩的阻碍作用,靠近桥墩处的流速变小^[19];航道中心距离桥墩较远的流向与主流流向趋近一致,两侧及桥墩处流向偏紊乱,且出现水流横向分量,图 6 中白色线段长度为实际水域 20 m 范围。

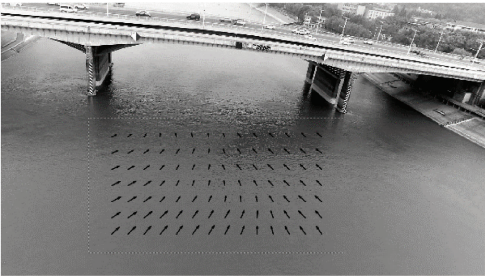


图 5 江汉桥上游侧图像测速区域

Fig.5 Image velocimetry area near the upstream side of the Jiangnan Bridge

江汉桥桥墩处表面测速区域和流场分别见图 7 和图 8。流速为 0.1~0.4 m/s,靠近桥墩处流场紊乱,图 8 中白色线段长度为实际水域 20 m 范围。

江汉桥下游侧表面流测速区域和流场分别图 9 和图 10。流速为 0.19~0.50 m/s,桥墩处水流流速增大,图 10 中白色线段长度为实际水域 20 m 范围。

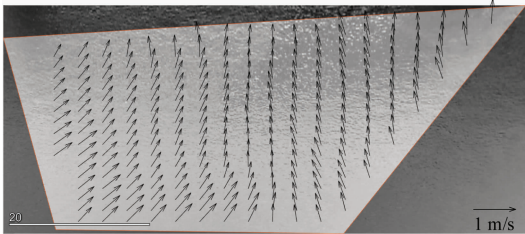


图 6 江汉桥上游侧图像测速

Fig.6 Image velocimetry near the upstream side of the Jiangnan Bridge

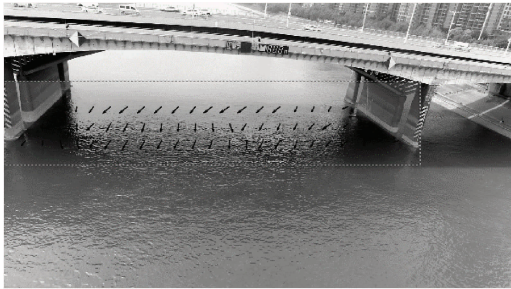


图 7 江汉桥下图像测速区域

Fig.7 Image velocimetry area under the Jiangnan Bridge

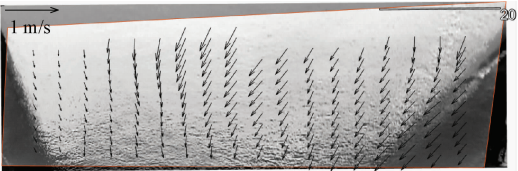


图 8 江汉桥下图像测速

Fig.8 Image velocimetry under the Jiangnan Bridge

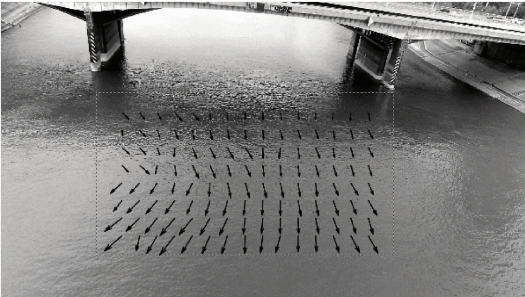


图 9 江汉桥下游侧图像测速区域

Fig.9 Image velocimetry area near the downstream side of the Jiangnan Bridge

2.4 水流流场数据验证

本研究运用光流法和超声波多普勒流速流向仪 2 种方法验证航道表面流测速的有效性。

1)利用光流法在相同位置(桥下阴影区域)对示踪粒子(纸碗)进行测速并与 LSPIV 图像测速结果进行对比验证。结果表明,光流法测量流速为 0.22 m/s,流向为 79.02°,示踪物轨迹跟踪见图 11。基于 LSPIV 的江汉桥下航道同一位置的流速为 0.135 6 m/s,流向为 81°。2 种测速方法的流速差为

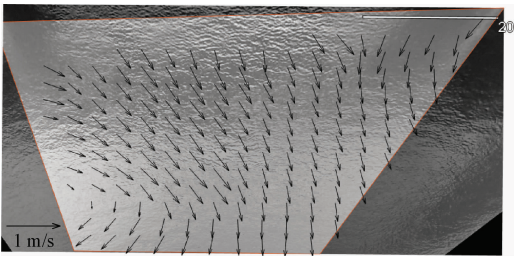


图 10 江汉桥下游侧图像测速

Fig. 10 Image velocimetry near the downstream side of the Jiangnan Bridge

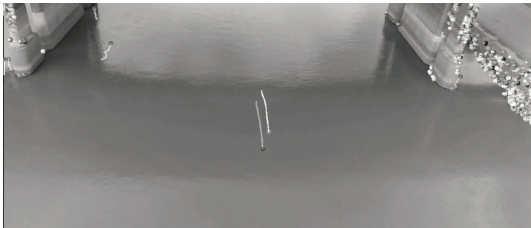


图 11 示踪物轨迹跟踪

Fig. 11 Tracer trajectory tracking

0.084 0 m/s,流向差为 1.98°,误差在合理范围。经光流法验证,LSPIV 结果是可靠的。

2)使用超声波多普勒流速流向仪对航道表面流速测速结果进行验证^[20]。测量航道表面流在桥梁下游岸边处选取多个验证点,验证测量点位置见图 12,将航道表面流图像测速与多普勒流速流向仪各个测量点的实测数据平均值进行对比,误差在 0.007 ~ 0.032 m/s,不同测量点的流速验证见图 13,流向对比相差 7° ~ 11°,不同测量点的流向验证见图 14。



图 12 验证测量点位置

Fig. 12 Flow field of ADV measurement location

3 基于航道流场的船舶航行影响

根据测速得到的航道表面流可知,江汉桥附近水域航道主流与航道走势趋近一致,江汉桥上游附近水域航道两侧存在横流,最大横流流速可达到 0.36 m/s;桥墩附近水域水流趋于稳定,横流最大为 0.12 m/s;江汉桥下游附近水域横流最大可达 0.36 m/s。由于航道横流和桥墩紊流会对船舶航行产生

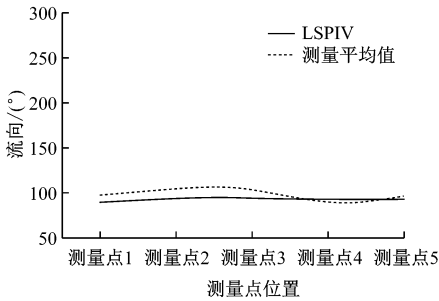


图 13 不同测量点的流速验证

Fig. 13 Flow velocity verification at different measurement points

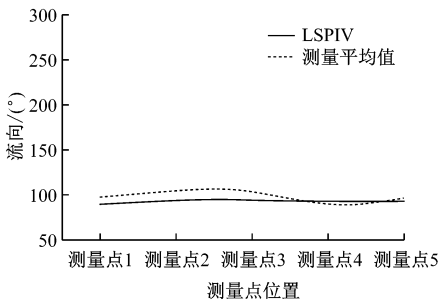


图 14 不同测量点的流向验证

Fig. 14 Flow direction verification at different measurement points

影响,可对船舶航行提供如下建议:

- 1)江汉桥附近航道两侧均存在水流横向分量,船舶应尽量在航道中心线附近航行,减小水流横向分量对船舶的横移作用。
- 2)桥墩附近存在紊流,船舶应与桥墩保持足够的安全距离。
- 3)船舶行驶桥区水域时应根据流向变化调整流压差角,避免发生碰撞事故。
- 4)船舶应密切关注汉江主流流速和水位变化,使用安全航速上、下行通过桥区。

4 试验结果的影响因素分析

经过多次的实地观测及对试验结果的分析,总结影响采集图像精度的相关问题:

- 1)示踪物选取对试验结果的影响。选择表面波纹为示踪物时,以自然河流的主要流向波纹为研究对象;在不影响河流环境的前提下寻找替代示踪物以提升图像分析质量。
- 2)光照条件对试验结果的影响。不均匀的光照会使采集的图像产生背景噪声,从而降低图像的信噪比。经过实地观测的部分存在水面反光区域无法被计算机所识别;因此,采集图像应选择光照足够、均匀的时间段,并进行图像预处理和修复。
- 3)无人机位置和拍摄角度对试验结果的影响。

采集图像时,不适当的拍摄视角和拍摄高度会使图像清晰度下降。选择采集位置时应遵循河流表面纹理清晰并包含 4 个地面控制点的原则。

5 结束语

本文详细介绍在运用 LSPIV 的基础上,形成包括运用无人机拍摄、图像处理、流场分析、图像校正和流场数据验证等的航道表面流图像测速系统方法。经过与其他测速方法对比,本研究提出的表面流图像测速方法适用于大范围的航道表面流测量。该方法弥补了传统河流测速方法成本高、在航道上布设工具等缺点。此外,本研究设计 LSPIV 研发桥区水域表面测速系统方法和操作步骤,最后应用于经此水域船舶航行安全和操纵建议。该方法还可为灾害性水域船舶航行提供早期预警,也为智能船舶航路规划和安全航行提供实时流态数据支持等航运相关领域。

由于时间限制,本研究没有选择不同水位期、不同流速时表面流样本进行对比,后续研究可增加样本数,并分析不同流态对不同船舶航行的影响。

参 考 文 献

- [1] MERZ J. Discharge measurements in low flow conditions with ADCP technology-first experiences in nepal [J]. *Journal of Hydrology & Meteorology*, 2010, 7(1): 40-48.
- [2] 杨聃,邵广俊,胡伟飞,等. 基于图像的河流表面测速研究综述[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2021, 55(9): 1752-1763.
YANG D, SHAO G J, HU W F, et. al. Review of image-based river surface velocimetry research [J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2021, 55(9): 1752-1763. (in Chinese)
- [3] LEWIS Q W, RHOADS B L. Resolving two - dimensional flow structure in rivers using large - scale particle image velocimetry: an example from a stream confluence[J]. *Water Resources Research*, 2015, 51(10): 7977-7994.
- [4] FUJITA I, NOTOYA Y, FURUTA T. Measurement of inundating flow from a broken embankment by using video images shoot from a media helicopter [C]. *International Conference on Fluvial Hydraulics*. New York :IAHR,2018.
- [5] LIU W C, LU C H, HUANG W C. Large-scale particle image velocimetry to measure streamflow from videos recorded from unmanned aerial vehicle and fixed imaging system[J]. *Remote Sensing*, 2021, 13(14): 1-20.
- [6] KINZEL P J, LEGLEITER C J. SUAS-based remote

sensing of river discharge using thermal particle image velocimetry and bathymetric lidar[J]. *Remote Sensing*, 2019, 11(19):1-19.

- [7] 杨章毅. 基于光流法的水流流场测试技术研究[D]. 成都: 西华大学, 2023.
YANG Z Y. Research on measuring technique of water flow field based on optical flow method[D]. Chengdu: Xihua University, 2023. (in Chinese)
- [8] FUJITA I, MUSTE M, KRUGER A. Large-scale particle image velocimetry for flow analysis in hydraulic engineering applications [J]. *Journal of Hydraulic Research*, 1998, 36(3): 397-414.
- [9] CHEN C, HONG C, TONG H J. An improved PTV system for large-scale physical river model[J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2008, 20(6): 669-678.
- [10] FUJITA I, WATANABE H, Tsubaki R. Development of a non-intrusive and efficient flow monitoring technique: the Space-Time Image Velocimetry (STIV) [J]. *International Journal of River Basin Management*, 2007, 5(2): 105-114.
- [11] TAURO F, TOSI F, MATTOCCIA S, et al. Optical Tracking Velocimetry (OTV): leveraging optical flow and trajectory-based filtering for surface streamflow observations[J]. *Remote Sensing*, 2018, 10(12):1-24.
- [12] SCHWEITZER S A, COWEN E A. Instantaneous river - wide water surface velocity field measurements at centimeter scales using infrared quantitative image velocimetry[J]. *Water Resources Research*, 2021, 57(8):1-28.
- [13] THIELICKE W, RENE S. Particle image velocimetry for matlab: accuracy and enhanced algorithms in PIVlab [J]. *Journal of Open Research Software*, 2021, 9(1): 1-12.
- [14] PATALANO A, GARCIA C M, RODRIGUEZ A. Rectification of Image Velocity Results (RIVeR): a simple and user-friendly toolbox for large scale water surface Particle Image Velocimetry (PIV) and Particle Tracking Velocimetry (PTV) [J]. *Computers & Geosciences*, 2017, 109: 323-330.
- [15] 曹列凯, DETERT MARTIN, 李丹勋. 基于无人机的长河段表面流场测量系统与应用[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2022, 62(12): 1922-1929.
CAO L K, MARTIN D, LI D X. Airborne image velocimetry system and its application to measure the surface flow fields of long river reaches[J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2022, 62(12): 1922-1929. (in Chinese)

allocation and ship loader scheduling under the rotary loading mode in coal export terminals [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2022, 162: 229-260.

[7] 王宁宁,施灿涛,索伟岚. 基于启发式规则的散杂货港口泊位调度研究[J]. 北京信息科技大学学报(自然科学版),2019,34(3):16-22.

WANG N N,SHI C T,SUO W L,et al. Research on berth scheduling of bulk cargo port based on heuristic rule [J]. Journal of Beijing Information Science & Technology University, 2019, 34 (3): 16-22. (in Chinese)

[8] JAKUB W, MACIEJ D, ÉRIC S. Selecting algorithms for large berth allocation problems[J]. European Journal of Operational Research,2020,283(3): 844-862.

[9] CERESER B L H, DE OLIVEIRA A R L, MORETTI A C. A mathematical model and solution method for the berth allocation problem with variable handling time and continuous time horizon [J]. Pesquisa Operacional, 2022, 42: 261709.

[10] PRENCIPE L P, MARINELLI M. A novel mathematical formulation for solving the dynamic and discrete berth allocation problem by using the Bee Colony Optimisation algorithm [J]. Applied Intelligence 2021, 51: 4127-

4142.

[11] 陈曦明,张军伟. 融合 FDB 策略和切线飞行的改进白鲸优化算法[J]. 计算机时代,2023(11):46-51.

CHEN X M, ZHANG J W. Improved BWO algorithm combining FDB strategy and tangent flight[J]. Computer Era,2023(11):46-51. (in Chinese)

[12] CHANG T Z, GANG L, ZEBG M. Beluga whale optimization: a novel nature-inspired metaheuristic algorithm [J]. Knowledge-Based Systems, 2022, 251:109215.

[13] MENG A, WU Z, ZHANG Z, et al. Optimal scheduling of integrated energy system using decoupled distributed CSO with opposition-based learning and neighborhood re-dispatch strategy [J]. Renewable Energy, 2024: 224120102.

[14] ZHEN L, YU S, WANG S, et al. Scheduling quay cranes and yard trucks for unloading operations in container ports [J]. Annals of Operations Research, 2019, 273(1-2): 455-478.

[15] BILAL K, SHAHID M. A hybrid evolution strategies-simulated annealing algorithm for job shop scheduling problems [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence,2024,133:108016.

(上接第 83 页)

[16] DETERT M. How to avoid and correct biased riverine surface image velocimetry [J]. Water Resources Research, 2021, 57(2): 1-17.

[17] FUJITA I. Surface velocity measurement of river flow using video images of an oblique angle[C]//Proceeding of the 27th Congress of IAHR, Environmental and Coastal Hydraulics, 1997: 227-232.

[18] 刘晓平,李明,方松森,等. 桥区河段横流对船舶航行的影响[J]. 水利水电工程学报, 2012(2): 21-26.

LIU X P, LI M, FANG S S, et al. Influence of cross current on ship in bridge navigable waters [J]. Hydro-Science and Engineering, 2012 (2): 21-26. (in

Chinese)

[19] 商宇薇. 不同墩径下双圆柱桥墩弯道水流特性研究 [D]. 邯郸: 河北工程大学, 2022.

SHANG Y W. Research on bend flow characteristics of double-cylinder piers under different pier diameters [D]. Handan: Hebei University of Engineering, 2022. (in Chinese)

[20] 李蔚. 基于立体视觉与 LSPIV 的河流水动力过程近距遥感测量系统[D]. 杭州: 浙江大学, 2016.

LI W. Near-field remote sensing of riverine hydrodynamic processes with 3D large scale particle image velocimetry[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2016. (in Chinese)